微积分 I 第二章练习

1 计算题: 请利用极限的四则运算及多项式极限的性质求解以下极限

(1) $\lim\limits_{x\to 0^-}(x-1)$　　(2) $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-2x+1)$

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+1)^{100}}{(x+2)^{99}}$　　(4) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-1}$

(5) $\lim\limits_{x\to 2}(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4})$

2 计算题: 请利用无穷大量与无穷小量的关系及无穷小量的性质求解以下极限

(1) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x^3-8}\right)$　　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{2}{x}\cdot\sin\left(e^{\frac{2}{x}}\right)\right]$

(3) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+3}{x-3}$

3 计算题: 请利用两个重要极限及其一般化形式求解以下极限

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$　　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$　　(4) $\lim\limits_{x\to 1}(1+2\ln x)^{\frac{1}{\ln x}}$

(5) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$

4 计算题: 请等价无穷小替换求解以下极限

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[m]{(1+x)^n}-1}{x}$　　(2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\arctan x}$

(3) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}}, x<0\\ \dfrac{\ln(1+2x)}{x}, x>0\end{cases}$, 求 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(\arcsin 2x)^2}{1-\cos x}$

5 计算题: 讨论下列函数在点 x_0 处的连续性, 若其为间断点请指出间断点类型

(1) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x<0,\\ 1, & x=0,\\ x\sin\dfrac{1}{x}, & x>0.\end{cases}$ $x_0=0.$

(2) $f(x)=\begin{cases}\ln(x+1), & -1<x\le 0,\\ e^{\frac{1}{x-1}}, & x>0.\end{cases}$ $x_0=1.$

(3) $f(x)=\begin{cases}e^{x}, & x\le 0,\\ 1+x, & x>0.\end{cases}$ $x_0=0.$