暨 南 大 学 考 试 试 卷

<table>
<tr><td rowspan="4">教
师
填
写</td><td>2023–2024 学年度第 1 学期</td><td>课程类别
必修 [✓] 选修 [ ]</td></tr>
<tr><td>课程名称：微积分 I(补考卷)</td><td>考试方式
开卷 [ ] 闭卷 [✓]</td></tr>
<tr><td>授课教师：</td><td rowspan="2">试卷类别 (A, B, C)
[C] 共 6 页</td></tr>
<tr><td>考试时间：2024 年 03 月 21 日</td></tr>
<tr><td>考
生
填
写</td><td colspan="2">学院　　专业　　班(级)
姓名　　学号　　内招 [ ] 外招 [✓]</td></tr>
</table>

题　号	一	二	三	四	五	总分
得　分						
评阅人						

线

订

装

一、单选题（共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

答题须知：本题答案必须写在如下表格中，否则不给分.

小题	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 下列函数对 $\{y=f(u), u=\phi(x)\}$ 中能够构成复合函数 $y=f[\phi(x)]$ 的是 $\cdots$ (D)

(A) $y=f(u)=\sqrt{1-u}$, $u=\phi(x)=x^2+2$;　(B) $y=f(u)=\ln u$, $u=\phi(x)=-x^2$;

(C) $y=f(u)=\frac{1}{u-1}$, $u=\phi(x)=1$;　(D) $y=f(u)=\sqrt{u}$, $u=\phi(x)=|x|$.

2. 下列函数中，属于偶函数的是 $\cdots\cdots$ (D)

(A) $f(x)=|x+1|$;　(B) $f(x)=x^2+x$;　(C) $f(x)=x^3$;　(D) $f(x)=x^2$.

3. 下列变量中, 当 $n\to\infty$ 时, 为无穷大量的是 $\cdots\cdots$ (B)

(A) $\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}$;　(B) $n+\frac{1}{n}$;　(C) $\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}$;　(D) $\frac{1}{n}$.

4. 设 $y=\ln x$，则 $y^{(2)}=$ $\cdots\cdots$ (A)

(A) $-\frac{1}{x^2}$;　(B) $-\frac{1}{x}$;　(C) $\frac{1}{x^2}$;　(D) $\frac{1}{x}$.

5. 设函数 $f(x)=x^2-x-2$, 那么必定存在一点 $c\in(0,2)$, 其导数 $f'(c)=\cdots\cdots$ (B)

(A) 6;　　(B) 1;　　(C) 4;　　(D) -1.

6. 函数 $f(x)=\begin{cases}1-x, & x<0\\ x+1, & x\geq 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处$\cdots\cdots$ (A)

(A) 连续;　　(B) 有跳跃间断点;　　(C) 有可去间断点;　　(D) 有无穷间断点.

7. 当 $x\to 0$ 时, 下列变量中属于无穷小量的是$\cdots\cdots$ (D)

(A) $\sqrt{x+0.01}$;　　(B) $\frac{x+2}{x-2}$;　　(C) $x^2+0.01$;　　(D) $\frac{1}{2}x^2$.

8. 下列序列中, 当 n 趋于无穷大时, 以某一个常数 $a\in(-\infty,+\infty)$ 为极限的是 (A)

(A) $y_n: \frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6},\cdots$;　　(B) $y_n: 0,1,-2,3,-4,5,-6,\cdots$;

(C) $y_n: 1,\frac{3}{2},\frac{1}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},\frac{7}{6},\cdots$;　　(D) $y_n: 1,\frac{1}{2},1,\frac{1}{3},1,\frac{1}{4},1,\frac{1}{5},\cdots$.

9. 当 $x\to 2$ 时，函数 $f(x)=x^2-2x+2$ 的极限是$\cdots\cdots$ (A)

(A) 2;　　(B) 0;　　(C) ∞;　　(D) 4.

10. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x\geq 0\\ \dfrac{\sin x}{x}, x<0\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\cdots\cdots$ (B)

(A) 不存在;　　(B) 1;　　(C) 0;　　(D) ∞.

二、**填空题**（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

答题须知：本题答案必须写在如下表格中，否则不给分.

小题	1	2	3	4
答案				
小题	5	6	7	8
答案				

1. 设函数 $f(x)=x^2+1$, $g(x)=x^2-1$, 则 $f[g(1)]=$ __1__

2. 函数 $f(x)=x^2+2024x+1$, 则 $f'(0)=$ __2024__

3. 曲线 $y=x^2+1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线斜率为 __0__

4. 函数 $f(x)=\sqrt{x-1}$ 的定义域使用**区间**表示为 __$[1,+\infty)$__.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x}=$ __$\frac{1}{2}$__.

6. 函数 $y=2e^x$ 的微分 $dy=$ __$2e^x dx$__.

7. 函数 $y=\frac{3x-2}{2}$ 的反函数为 $x=$ __$\frac{2y+2}{3}$__

8. 函数 $y=\frac{1}{x-2}$ 的垂直渐近线为 $x=$ __2__.

装　订　线

线　订　装

三、判断题,对与错分别使用"✓" 和"×" 标记（共 4 小题，每小题 2 分，共 8 分）

答题须知：本题答案必须写在如下表格中，否则不给分.

小题	1	2	3	4
答案				

1. 若函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处连续, 那么 $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$.……………………(✓)

2. 函数 $f(x)=|x-1|$ 对所有 x 连续, 所以对所有 x 可导.……………………(×)

3. 函数 $f(x)=x^3$ 在 $x=0$ 处导数 $f'(0)=0$, 所以 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值或极大值.……………………(×)

4. 若数列 $y_n\ge 0$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n=a$, 则 $a\ge 0$.……………………(✓)

四、计算题（共 5 题, 每题 8 分, 共 40 分）

1. 求函数 $y=x^5+(x+1)^2+\frac{x+1}{x}+\sin x$ 的导数.

解.

$$
\begin{aligned}
y' &= \left(x^5\right)'+\left[(x+1)^2\right]'+\left(\frac{x+1}{x}\right)'+(\sin x)' \\
&= 5x^4+2(x+1)(x+1)'+\frac{(x+1)'x-(x)'(x+1)}{x^2}+\cos x \\
&= 5x^4+2x+2-\frac{1}{x^2}+\cos x
\end{aligned}
$$

……8 分

(注：每项正确得 2 分)

2. 计算下列极限 (每小题 4 分):

(1)$\lim\limits_{x\to 1}\frac{5x^2+6x+1}{8x-4}$;　　　　(2)$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x-2}$.

解. (1)

$$\text{原式}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}(5x^2+6x+1)}{\lim\limits_{x\to 1}(8x-4)}=\frac{5\cdot 1^2+6\cdot 1+1}{8\cdot 1-4}=3$$

……4 分

(2)

$$\text{原式}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x-3)=-1\ (\text{或使用洛必达法则})$$

……4 分

3. 设函数 $f(x)=\frac{1}{x}$, (1) 使用<u>**求导公式计算**</u>$f(x)$ 在 $x=1$ 处的导数 (2 分); (2) 使用<u>**导数定义计算**</u> 该导数 $f'(1)$, 验证 (1) 的结果 (6 分).

解. (1) $f'(x)=(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$, 所以 $f'(1)=-1$.　……2 分

(2) 由导数定义有

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}-1}{x-1}$$

……3 分

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1-x}{x}}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{-1}{x}=-1.$$

……6 分

装　订　线

线 订 装

4. 求下列隐函数及参数方程所确定的函数的导数 $\frac{dy}{dx}$(每小题 4 分):

(1)$3x-y^2-2=0$; (2)$\begin{cases} x=2t-t^2 \\ y=3t-t^3 \end{cases}$.

解. (1) 原方程左右两端同时关于 x 求导, 得到

$$3-2y\cdot y'=0.$$

……2 分

整理得到

$$\frac{dy}{dx}=y'=\frac{3}{2y}.$$

……4 分

(2)

$$\frac{dx}{dt}=2-2t, \frac{dy}{dt}=3-3t^2$$

……2 分

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{3-3t^2}{2-2t}=\frac{3}{2}(1+t).$$

……4 分

5. 设函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-6x+4$, 求 (1)$f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 及驻点 (2 分); (2) 该函数的单调增减区间及极值 (4 分); (3) 判断该函数图像是上凹还是下凹 (2 分).

解.

(1) $f'(x)=x-6$, 令 $f'(x)=0$, 解得驻点 $x=6$. ……2 分

(2) 令 $f'(x)=x-6>0$, 解得 $x\in(6,\infty)$, 令 $f'(x)=x-6<0$, 解得 $x\in(-\infty,6)$. 函数 $y=f(x)$ 的单调递增区间为 $(6,\infty)$, 单调递减区间为 $(-\infty,6)$. ……2 分

因为函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,6)$ 上单调递减, 在 $(6,\infty)$ 上单调递增, 故在 $x=6$ 处取得极小值 $f(6)=-14$. ……4 分

(3) 对于所有 x, 函数 $f(x)$ 的二阶导数 $f''(x)=1>0$, 所以该函数图像上凹. ……2 分

五、应用题（共 1 题，共 8 分）

假设生产 x 件产品的成本函数为

$$C(x) = -0.02x^2 + 50x + 100\ (\text{元}),\ 0 \le x \le 1000.$$

(1) 确定平均成本函数及边际成本函数 (2 分):

(2) 确定 $x = 100$ 时的平均成本及边际成本, 并解释该边际成本的经济意义 (4 分);

(3) 若所生产的 x 件商品均能销售出去, 每件售价为 100 元, 确定收益函数及利润函数 (2 分).

解.

(1) 平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = -0.02x + 50 + \frac{100}{x}\ (\text{元}),\ 0 < x \le 1000.$$

边际成本函数为

$$C'(x) = -0.04x + 50\ (\text{元}),\ 0 \le x \le 1000.$$

……2 分

(2) $x = 100$ 时, 平均成本为

$$\bar{C}(100) = -0.02 \cdot 100 + 50 + \frac{100}{100} = 49\ (\text{元}).$$

……1 分

边际成本为

$$C'(100) = -0.04 \cdot 100 + 50 = 46\ (\text{元}).$$

……2 分

此边际成本意味着生产 100 件产品时, 再多生产 1 件产品成本相应增加 46 元.

……4 分

(3) 收益函数

$$R(x) = 100x\ (\text{元}), 0 \le x \le 1000.$$

利润函数

$$L(x) = R(x) - C(x) = 0.02x^2 + 50x - 100\ (\text{元}), 0 \le x \le 1000.$$

……2 分

装　订　线